أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في اكتساب طلبة الصف الثامن الأساسي للمفاهيم الرياضية وقدرتهم على حل المسائل اللفظية

رياض إبراهيم البلاصي، وأريج عصام برهم*

ملخص

هدفت الدراسة إلى استقصاء أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في اكتساب الطلاب للمفاهيم الرياضية، وقدرتهم على حل المسائل اللفظية، في وحدة العلاقات والاقترانات، لدى طلبة الصف الثامن. تكونت عينة الدراسة من 60 طالباً من مدرسة الحمراء الثانوية للبنين، التابعة لمديرية تربية البادية الشمالية في محافظة المفرق، وقد تم تقسيمها عشوائياً إلى مجموعتين: تجريبية درست باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة وضابطة درست بالطريقة التقليدية. ولتحقيق أهداف الدراسة تم بناء اختباري الدراسة: الأول لقياس اكتساب الطلبة للمفاهيم الرياضية وقد تكون في صورته النهائية من 19 فقرة من نوع الاختيار من متعدد، والثاني لقياس قدرة الطلبة على حل المسائل اللفظية وتكون من 4 فقرات من نوع الإجابة القصيرة. وقد تم التحقق من صدق محتوى الاختبارين بتحكيمهما من قبل مجموعة من المختصين في مجالي الرياضيات والقياس والتقويم، وتم تطبيق اختباري الدراسة على عينة استطلاعية من خارج عينة الدراسة وذلك لأغراض الثبات وتحليل فقرات الاختبارين، وقد تم التحقق من ثبات اختبار اكتساب المفاهيم بطريقة إعادة الاختبار باستخدام معامل ارتباط بيرسون. وبلغت قيمة معامل الثبات للاختبار (0.81). أظهرت المعالجة الإحصائية من خلال استخدام نتائج تحليل التباين المصاحب الأحادي (ANCOVA) لنتائج (علامات) الطلبة على الاختبارين وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (α=0.05) تعزى إلى متغير طريقة التدريس ولصالح المجموعة التجريبية.

الكلمات الدالة: التمثيلات الرياضية المتعددة، المفاهيم الرياضية، المسائل اللفظية.

المقدمة وخلفية الدراسة

يشهد العالم في مجال تعلم وتعليم الرياضيات الكثير من المستجدات والتطورات الحديثة المرتبطة بمناهج الرياضيات وأساليب تدريسها. ومن الموضوعات الهامة في هذا المجال تحديد معايير المحتوى الرياضي ومعايير العمليات الرياضية. وتعرف المعايير على أنها "أوصاف لما ينبغي لتعليم الرياضيات أن يمكّن الطلاب من معرفته والقيام به. وهي تحدد المعرفة والفهم والمهارات التي يجب أن يكتسبها الطلبة في المراحل التعليمية المختلفة" (أبو زينة وعبابنة، 2007، ص 40). وقد قام المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (National Council of Teachers of Mathematics) بوضع مجموعة من الرؤى، تضمنت تحديد المحتوى الرياضي الذي يجب أن يتعلمه الطلاب، والطرائق التي يجب أن يتعلموا بها. وكان من ثمرة هذه الجهود خروجه بمجموعة من المعايير التي تم تقسيمها إلى قسمين. تضمن القسم الأول معايير المحتوى الذي ينبغي على المناهج الرياضية أن تتضمنه، وحدد فيها المحتوى الرياضي للمراحل التعليمية، ويشمل: العدد والعمليات، والجبر، والهندسة، والقياس وتحليل البيانات والاحتمالات من رياض الأطفال ولغاية الصف الثاني عشر. أما القسم الثاني فقد اختص بتحديد معايير العمليات التي تختص بعمليات التفكير، وتشمل حل المشكلات، والتفكير والبرهان، والتواصل، والترابطات والتمثيلات الرياضية. وكان من بين هذه المعايير التي أكد عليها المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM) معيار التمثيلات الرياضية، ومعيار المسألة الرياضية. وقد برز معيار التمثيلات الرياضية في عام 2000 كمعيار مستقل ضمن معايير العمليات، في حين كان في الأعوام السابقة متضمناً في المعايير الأخرى. وكان من أهم الأهداف لهذا المعيار للصفوف من السادس ولغاية الصف الثامن أن يمكن المنهاج الطالب من بناء واستخدام التمثيلات الرياضية لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية، واختيار وتطبيق التمثيلات الرياضية والترجمة فيما بينها لحل المشكلات، واستعمال التمثيلات لنمذجة وتفسير الظواهر

* وزارة التربية والتعليم؛ وقسم المناهج والتدريس، كلية العلوم التربوية، الجامعة الهاشمية، الأردن. تاريخ استلام البحث 2008/2/20، وتاريخ قبوله 2008/7/31.

الاجتماعية والرياضية.

وقد عرف أسلي (Asli, 2001, p. 18) التمثيلات الرياضية المتعددة بأنها "تجسيد رياضي للأفكار والمفاهيم الرياضية لتعطي نفس المعلومات في أكثر من شكل". ويشير الباحثان جولدن وشتاينجولد (Golden and Shteingold, 2001) إلى أن التمثيلات الرياضية تقسم إلى قسمين هما: التمثيلات الخارجية وتتمثل في جميع الأشكال الرياضية للفكرة الرياضية الواحدة التي تقدم للطالب مثل الصور، والصيغ/ الرسوم الإحصائية، والرموز، والمحسوسات، واللغة المحكية؛ والقسم الثاني هو التمثيلات الداخلية، أي تلك الصور الذهنية التي يبنيها الطالب للفكرة الرياضية أو المفهوم الرياضي. ويرى الباحثان أن مثل هذه التمثيلات الداخلية لا يمكن قياسها، وإنما يستدل عليها من خلال التمثيلات الخارجية التي يقدمها الطالب. ويذكر كولومب وبيرنسون (Coulompe and Berenson, 2001) أن التمثيلات الرياضية هي لغة الرياضيات مع التركيز على أهمية التفسير والانتقال بين التمثيلات الرياضية بسهولة. كما يعتقدان أن تكامل العنصرين السابقين يساعد الطلاب في بناء التفكير الجبري. وقد أوضح الباحثان أن هناك نوعين من التمثيلات المستخدمة، هما التمثيلات التقليدية والتمثيلات متعددة الاتجاهات، ويرى الباحثان أن الحلقة المفقودة في الاتجاه التقليدي تكمن في دور الطالب في عمليات التفسير والتبرير للرموز الجبرية أو أي شكل تمثيلي آخر معطى، والانتقال بين التمثيلات المختلفة. أما التمثيل متعدد الاتجاهات فإنه يقوم على أساس تكامل عناصر الاستدلال والتفسير والانتقال بمرونة بين الأشكال التمثيلية المختلفة، وأن عمليات التفسير تسهل ربط الافكار الرياضية ببعضها.

وقد وضع ليش وبوست وبهر (Lesh, Post and Behr, 1987, p. 34) نموذجاً للتمثيلات الرياضية يتكون من خمسة عناصر من التمثيلات، وقد عرف هذا النموذج باسم نموذج ليش للتمثيلات الرياضية. ويتكون هذا النموذج من خمسة عناصر تمثل عناصر نموذج التمثيل المتعدد والعلاقة فيما بينها، وهي: 1) اللغة المحكية وتمثل أي وسيلة للتعبير عن فكرة بالكلام مثل التلفظ بالفكرة بلغة مفهومة للطالب، 2) الرموز الكتابية وتمثل أي وسيلة للتعبير عن فكرة بكتابة تلك الفكرة، مثل الكتابة باللغة العربية، والكتابة بالرموز، والكتابة بالأعداد، 3) الصور والأشكال، وتمثل أي وسيلة تعليمية تحوي صوراً أو رسومات يمكن للطالب أن يراها بعينيه، مثل صور الأجسام أو الأشكال الهندسية، أو الرسومات الخاصة لتوضيح فكرة ما، أو استخدام الجداول والرسوم البيانية، 4) النماذج والمجسمات، وتمثل أي وسيلة تعليمية يمكن للطالب أن يمسكها بيديه ويلعب بها مثل المكعبات، 5) المواقف الحياتية وتمثل المواقف والأوضاع في الحياة الطبيعية التي ترتبط وتتفق مع المفهوم أو الموقف الرياضي المعطى. ويعتبر الموقف حياتياً إذا كان من نوع المسائل الحياتية.

ويشير فريدلاندر وتاباش (Friedlander and Tabach, 2001)إلى أن التمثيل اللفظي يساعد في توضيح المسائل وتفسير النتائج النهائية، وهو يخلق بيئة طبيعية لفهم سياق المسألة ويساعد في عملية التواصل لحلها، وأن الاستدلال اللفظي يمكن أن يكون أداة لحل المسائل. كما يشير أندرو وكاثرين (Andrew and Catherine, 1996) إلى أهمية استخدام التمثيل المتمثل بالصور والرسوم الإحصائية ومن أمثلتها استخدام الجداول. فمن مميزات هذا التمثيل أنه يساعد الطالب في حفظ البيانات، وسهولة دراستها، وسهولة اكتشاف العلاقات بين المتغيرات من خلالها، كما يمكن الطالب من اكتشاف أخطائه. ويرى الباحثان أن استخدام الرسوم البيانية النقطية له فاعليته في ضبط الأخطاء والتعرف على الأنماط والتأكد من الحل من خلالها، مشيرين إلى أن كلاً من الصور، والجداول، والصور الإحصائية، تساعد الطلاب في ربط الرياضيات بالحياة اليومية واكتشاف العلاقات بين المتغيرات.

إن عملية تدريس الرياضيات تتطلب تصنيف المعرفة الرياضية وتحليل المحتوى الرياضي إلى مكوناته. ويفيد هذا التصنيف في تحليل محتوى منهاج الرياضيات وكتبها، كما يفيد المعلم في اختيار الأساليب والوسائل المناسبة لتدريس الرياضيات بشكل أكثر فاعلية. ويتكون المحتوى الرياضي من أربعة أصناف رئيسية هي: المفاهيم والمصطلحات، والمبادئ والتعميمات، والخوارزميات والمهارات، والتطبيقات والمسائل الرياضية. وتعد المفاهيم الرياضية اللبنة الأساسية في أي بناء رياضي (أبو زينة، 1994). وقد وردت تعريفات كثيرة للمفهوم الرياضي يذكر منها عبدالهادي وآخرون (2002، ص200) أن المفهوم هو "الصفة المجردة المشتركة التي تجمع شيئين أو أكثر، أو قاعدة لاتخاذ قرار أو حكم معين على توفر الخصائص المشتركة لإطلاق التسمية على المفهوم".

ويوضح جلوكنر وآخرون (Gloeckner et al., 1995) استراتيجية اكتساب المفاهيم من خلال تقديم المعلم للمفهوم، وتحديد الخصائص الضرورية، ومن ثم تقديم مجموعة من الأمثلة الإيجابية وأخرى من الأمثلة السلبية. ويقوم الطلاب بإشراف المعلم بتصنيفها تحت عمودين أحدهما للأمثلة التي تنتمي للمفهوم والآخر للأمثلة التي لا تنتمي له، وبعد ذلك يتم

استنتاج القاعدة. ويمكن تلخيص هذه الخطوات بالمراحل المتسلسلة التالية: تحديد اسم المفهوم، وتحديد الخصائص الضرورية، وتقديم أمثلة المفهوم، وتقديم لا أمثلة للمفهوم، واستنتاج القاعدة.

كما أورد أبو زينة (1994) نموذجاً لقياس مدى اكتساب الطالب للمفهوم، ويعرف هذا النموذج بنموذج ديفيس. ويقسم هذا النموذج درجة اكتساب المفهوم إلى مستويين هما: المستوى الأول ويقيس قدرة الطالب على تمييز أمثلة المفهوم من لا أمثلته، والمستوى الثاني ويقيس قدرة الطالب على التمييز بين خصائص المفهوم. ففي المستوى الأول يستطيع الطالب إعطاء أمثلة على المفهوم، أو يقوم بتمييز أمثلة المفهوم من بين مجموعة من الأمثلة واللاأمثلة، ويعلل سبب اختيار أمثلة المفهوم، ويعطي أمثلة سلبية للمفهوم، ويعلل سبب اختيار الأمثلة السلبية. وفي المستوى الثاني يستطيع الطالب أن يحدد الأشياء التي يجب توفرها في أمثلة المفهوم، ويحدد الخصائص والشروط الكافية حتى يكون أي مثال مثالاً على المفهوم، ويحدد الخصائص المشتركة بين مفهومين والخصائص غير المشتركة بينهما، ويعطي تعريفاً دقيقاً ومحدداً للمفهوم، ويذكر طرق استخدام المفهوم المختلفة.

وتعد المسائل الرياضية أحد مكونات المحتوى الرياضي. ومن أهداف تدريس الرياضيات إكساب الطلبة القدرة على حل المسائل الرياضية ومن ضمنها حل المسائل الرياضية المرتبطة بالمفاهيم الرياضية. وقد عرف بدوي (2003، ص192) المسألة اللفظية على أنها "موقف كمي وضع في صورة كلمات، هذا الموقف يحتوي على سؤال يتطلب إجابة، ولا يشير الموقف صراحة إلى العمليات أو الخطوات التي ينبغي استخدامها للوصول لتلك الإجابة، بل يمكن أن تكشف فيه بعض العلاقات الموجودة بين عناصره بالتفكير السليم وليس بالاسترجاع بطريقة معتادة".

ويعتبر معيار حل المسائل الرياضية من المعايير المهمة التي أكد عليها المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000). وقد وضع المجلس مجموعة من الأهداف لكل المراحل التعليمية من رياض الأطفال ولغاية الصف الثاني عشر. ومن الأهداف التي وضعها للصفوف من السادس ولغاية الثامن أن تمكن المناهج الطلاب من: بناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلات، وحل المسائل التي تظهر في سياقات رياضية وفي سياقات أخرى، وتطبيق وتكييف العديد من الاستراتيجيات الملائمة لحل المسائل، والمراقبة والتأمل في خطوات حل المسائل الرياضية (NCTM, 2000). وقد أشار أبو شديد وناصر (Abouchedid and Nasser, 2000) إلى أن الأبحاث تشير إلى وجود صعوبة كبيرة لدى الطلاب في حل المسائل الجبرية اللفظية، وأشار الباحثان إلى الدراسات التي قامت بتحليل الصعوبات الناشئة عن طريقة معالجة الطلاب للبناء اللغوي للمسائل اللفظية، ويشير الباحثان إلى وجود صعوبات تكمن في طبيعة المسألة نفسها من حيث الشكل الذي تعرض به المسائل الجبرية (صوريا، لفظيا، رمزيا) ومن حيث طبيعة الاستجابة المطلوبة، مثل عمليات تحويل الكلمات إلى رموز. وقد أشار الباحثان ادجيزل واكبينر (Adiguzel and Akpinar, 2003) إلى الصعوبات التي تواجه الطلبة في أثناء حل المسائل الرياضية ومنها عدم النجاح في انتقال أثر التعلم لمسائل لاحقة، بالإضافة إلى عدم القدرة على استخدام المعلومات المعطاة، وأوضحا استخدام مجموعة من الإجراءات للتغلب على حل تلك المسائل ومنها كتابة المسألة بصورة أولية مع رسم صورة دقيقة وملائمة، وتحويل العبارات الأولية إلى لغة بسيطة، وترجمة المسائل اللفظية إلى عبارات رياضية مجردة، والرسم واستخدام الجداول والرسوم البيانية وتمثيلات رياضية أخرى مشابهة.

وقد أجريت عدة دراسات تعرضت لاستخدام التمثيلات الرياضية، ومنها دراسة هيل (Hail, 2000) التي هدفت إلى وصف تأثير استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة على فهم الطلاب للمفاهيم الجبرية الأساسية (المتغيرات والمعادلات وحل المعادلات) وطرق استخدامهم للتمثيلات الرياضية المتعددة في حل المعادلات الجبرية. تكونت عينة الدراسة من 29 طالباً ممن درسوا مادة الجبر، لمدة أربعة أسابيع، باستخدام تمثيلات متعددة منها: اللغة المحكية، والمعالجة اليدوية، والصور، والجداول، والرموز المكتوبة. وقد أشارت النتائج إلى أن الطلاب استخدموا المعالجة اليدوية لربط معاني العمليات بالرموز، وأن الطلاب استخدموا هذه التمثيلات لتوضيح الإجراءات الرمزية والأخطاء. كما دلت الدراسة على أن المعالجة اليدوية ساعدتهم في تعلم حل المعادلات، وأن الصور ساعدت الطلاب في رؤيتهم للمتغيرات على أنها أكثر من أشكال مختصرة وعلى أنها تمثيل لمدى واسع من المتغيرات. وخلصت الدراسة إلى أن الطلاب يفضلون العمل باستخدام الصور، وأن بعض الطلاب لم يطوروا فهما للتمثيلات الصورية، وأن طالبين فقط أظهرا مرونة في حل المسائل.

وقام إبراهيم (2001) بدراسة هدفت إلى الكشف عن مقدرة طلبة الصفين السابع والثامن على التمثيل الجبري والهندسي للمسألة الرياضية اللفظية، ومعرفة نسبة التباين

الذي تفسره بعض المتغيرات المتعلقة بالطالب في مقدرة الطلبة على التمثيل الجبري والتمثيل الهندسي لهذه المسألة. تكونت عينة الدراسة من 969 طالباً وطالبة، وقد تم اختيارها بالطريقة العنقودية العشوائية. واستخدم الباحث اختبار (ت) أحادي العينة، وتحليل الانحدار الخطي المتعدد باستخدام طريقة التدرج (stepwise)، واختبار (ت) للعينات المترابطة paired–sample t-test، واختبار (ت) للعينات المستقلة independent –sample t-test. وأسفرت نتائج التحليلات الإحصائية عن وجود تدن في مستوى مقدرة طلبة الصفين السابع والثامن على التمثيل الجبري والهندسي للمسألة الرياضية الجبرية. وكانت مقدرة طلبة الصف السابع على التمثيل الجبري أفضل من مقدرتهم على التمثيل الهندسي، في حين كانت مقدرة طلبة الصف الثامن على كل من التمثيل الجبري والتمثيل الهندسي متقاربة دون أية دلالة إحصائية.

كما أجرى ووترز (Waters, 2003) دراسة هدفت إلى الإجابة عن السؤالين: كيف ولماذا يختار الطلاب التمثيلات الرياضية ويطبقون هذه التمثيلات ويجرون تحويلات بين التمثيلات المختلفة في حل المسائل في أثناء تعلم الجبر باستخدام الحاسوب؟ تعددت أدوات الدراسة فشملت مقابلات للطلاب، ووثائق الطلاب الكتابية والالكترونية، وتحليلاً للتسجيلات المصورة باستخدام الفيديو، وتحليلاً لملاحظات الباحث اليومية، ومقابلات مع معلم الصف. استمرت مدة الدراسة خمسة أسابيع، وتكونت عينة الدراسة من خمسة مشاركين من المرحلة الثانوية في مبحث الجبر. تعلم الطلاب استراتيجيات حل المسائل الجبرية في أثناء التدريس، والإجابة عن المسائل الجبرية باستخدام الحاسوب. أشارت النتائج إلى أن الطلاب كان اختيارهم للتمثيلات بناء على القدرة الشخصية لكل منهم. كما دلت النتائج على أن الطلاب كانوا يستخدمون التمثيلات لحل المسائل، ويبرهنون الحلول، ويكتشفون الارتباطات بين التمثيلات ويحولون من تمثيل لآخر في أثناء حل المسائل، وأن التمثيلات الرياضية المتعددة ساعدتهم في فهم الارتباطات بين الصور الرياضية المختلفة للمفاهيم الجبرية.

وهناك دراسة لكواكو (Kwako, 2004) بعنوان "التمثيلات الخارجية المتعددة في تدريس الرياضيات" قامت على أساس النظرية التعليمية في أن استخدام التمثيلات المتعددة في الرياضيات سوف يمكن الطلاب من حل المسائل الرياضية ويساعدهم في تعميق استيعابهم للعلاقات والمفاهيم الرياضية، مشيراً إلى أن كثيراً من الباحثين يشاركون الباحث هذه النظرة، وأن بعض الباحثين لا يشاركونه هذه النظرة؛ فهم يرون أن استخدام التمثيلات الرياضية في تعليم الرياضيات سوف يضعف استيعاب الطلاب للعلاقات والمفاهيم الرياضية بدلاً من أن يعمقه. هدفت هذه الدراسة إلى البحث والاستقصاء من خلال مراجعة الدراسات الحالية حول التمثيلات المتعددة، وفحص ما إذا كانت هذه الدراسة تدعم أو ترفض النظرية التعليمية المبنية على أساس أن استخدام التمثيلات المتعددة في تدريس الرياضيات يمكن الطلاب من تعميق استيعابهم للعلاقات وحلهم للمسائل الرياضية. دلت نتائج الدراسة على أن استخدام التمثيلات المتعددة في أثناء التدريس يحقق للطلاب استيعاباً أكثر للعلاقات الرياضية وأداء أعلى في أثناء حل المسائل الرياضية.

وأجرت خصاونة وأبو موسى (1999) دراسة تحليلية لكتب الرياضيات في الأردن في ضوء معياري التواصل الرياضي وحل المسالة، وأشارت نتائج الدراسة إلى ضعف الأنشطة في التركيز على التمثيلات الرياضية، مع أنه من الممكن إبراز التمثيلات الرياضية في جميع الوحدات باختلاف طبيعة الوحدات الدراسية. وأوصى الباحثان بضرورة تركيز البرامج التعليمية على استخدام الأنشطة التي تتجلى فيها استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، إضافة إلى ضرورة تدريب المعلمين على طرق تدريس هذه الأنشطة.

نستخلص مما سبق أن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة قد يسهل على الطلبة فهم الأفكار الرياضية من خلال عمليات الربط بين المواقف الرياضية المختلفة، وأن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة قد يسهم في توضيح فكرة رياضية أو موقف رياضي أو مفهوم رياضي لتعامله مع مختلف مستويات الطلاب وباستخدام أشكال وتمثيلات متعددة. كما تجدر الإشارة إلى الدور الذي يمكن أن يلعبه استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في رفع مقدرة الطلبة على حل المسائل الرياضية؛ فهناك عوامل مختلفة لصعوبة حل المسألة منها طبيعة المسألة، وعوامل متعلقة بالفرد وعوامل متعلقة بعملية التعليم، وجميعها لها ارتباط مباشر بالتمثيلات الرياضية المتعددة من حيث مناسبتها لجميع مستويات الطلاب، وبالنسبة للعوامل المتعلقة بطبيعة المسألة، فالتمثيلات الرياضية المتعددة تتعامل مع عدة صور مختلفة للموقف الرياضي نفسه، وتؤكد الترابطات بين تلك الصور، مما قد يسهل للطالب التعامل مع تلك الصور.

مشكلة الدراسة وأسئلتها

تعد مشكلة تدني التحصيل في الرياضيات من أهم المشكلات التي تشغل بال التربويين والمهتمين بتدريس

الرياضيات (جرادات، 2002). فقد أشارت نتائج الدراسات الحديثة في الأردن (المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية، 1997) إلى تدني مستوى تحصيل طلبة الأردن في الرياضيات. كما دلت الدراسة العالمية للعلوم والرياضيات التي أجريت على طلبة الصفين الرابع والثامن الأساسيين في مادتي الرياضيات والعلوم للعام (2003) وشملت قرابة (50) دولة من بلدان العالم المختلفة، على أن الدول العربية المشمولة بالدراسة، ومن بينها الأردن، قد حققت في اختبارات الرياضيات نتائج أقل من المتوسط العالمي. فقد جاءت الأردن بالمرتبة الثانية والثلاثين من بين الخمسين دولة المشاركة، فكان معدل تحصيل طلابها (224) درجة وهو أقل من المتوسط العالمي الذي بلغ في ذلك العام (267) درجة، وكان الأداء الأسوأ في الاختبار في حل المسألة (المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية، 2003 أ). ومن جهة أخرى، دلت الدراسة ذاتها على أن أكثر الاستراتيجيات التدريسية استخداماً لدى معلمي الرياضيات تمثلت بأسلوب المحاضرة، والتدريس القائم على التوجيه المباشر من المعلم (Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), 2003) (المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية، 2003 ب). وقد أشار ادجيزل واكبينر (Adiguzel and Akpinar, 2003) إلى أن الأبحاث تشير إلى أن معظم الصعوبات التي يواجها الطلاب في عمليات حل المسائل هو تحويل الكلمات إلى عمليات رياضية، وعملية استخراج المعلومات الرياضية الضرورية للحل من خلال سياق المسألة، وأوضحا أن تشجيع الحلول المتعددة للمسألة الواحدة قد يلعب دوراً في تسهيل فهم الطلاب للمفاهيم الرياضية. كما تشير الدراسات إلى ضعف الطلبة في المعرفة المفاهيمية والمعرفة الاجرائية في الرياضيات. وتشير خصاونة إلى ضعف عام لدى الطلبة في قدرتهم على حل المسائل الرياضية اللفظية (خصاونة، 1997). وبالرغم من أن دراسات عديدة تناولت أثر طرائق واستراتيجيات متعددة في تحصيل الطلبة في الرياضيات، فإن استراتيجيات استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة لم تحظ بالقدر الكافي من الاهتمام، وقد يعود ذلك إلى حداثة هذا المعيار. ونظراً للدور الذي يمكن أن تلعبه التمثيلات الرياضية في اكتساب المفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل اللفظية، فإنه يمكن تحديد مشكلة الدراسة في محاولة الإجابة عن السؤالين التاليين:

1. ما أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في اكتساب طلبة الصف الثامن للمفاهيم الرياضية؟
2. ما أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في قدرة طلبة الصف الثامن على حل المسائل الرياضية اللفظية؟

فرضيات الدراسة

تمت صياغة فرضيتي الدراسة على النحو الآتي:

1. لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية (عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$) بين متوسطي درجة اكتساب الطلاب للمفاهيم الرياضية تعزى إلى طريقة التدريس.
2. لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية (عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$) بين متوسطي درجة قدرة الطلاب على حل المسائل اللفظية تعزى إلى طريقة التدريس.

أهمية الدراسة

تنبثق أهمية الدراسة من أنها تلبي تطلعات الباحثين والمختصين في مجال التربية والتعليم لاستخدام استراتيجات حديثة في التدريس تراعي معايير العمليات المختلفة وتنمي قدرة الطلبة على إجراء الترابطات المختلفة واستخدام تمثيلات متعددة للموقف التعلمي الواحد، وتعتبر هذه الطريقة من الطرق الحديثة التي أقرها المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000)، وقد أجري كثير من الدراسات الأجنبية التي استخدمت التمثيلات الرياضية المتعددة كطريقة تدريس، وأشارت تلك الدراسات إلى أهمية استخدام التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات لما لها من أثر إيجابي في تعلم الطلاب، ونظراً لقلة الدراسات العربية (خصاونة وأبو موسى، 1999؛ ابراهيم، 2001) التي استخدمت التمثيلات الرياضية لحداثتها، فمن المتوقع أن تسهم هذه الدراسة في تطوير المعلمين مهنياً وذلك بإكسابهم بعض المهارات المرتبطة بالتدريس باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة. كما تكمن أهمية هذه الدراسة في أنها تناولت تدريس الرياضيات باستخدام أربعة تمثيلات متعددة هي: الرموز الكتابية، واللغة المحكية، والأوضاع الحقيقية، والصور والأشكال الساكنة، وهذا بدوره يسهم في تدريب الطلبة على استخدام أكثر من تمثيل للموقف الرياضي الواحد وعمل ترابطات بين الأفكار الرياضية. كما تنبثق أهمية هذه الدراسة من الكشف عن الدور الذي يمكن أن تلعبه في تحسين قدرة الطلبة على استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة لاكتساب المفاهيم الرياضية ورفع قدرتهم على حل المسائل اللفظية.

حـدود الدراسة

اقتصر المشاركون في الدراسة على مجموعة من طلاب

الصف الثامن الأساسي. كما تناولت الدراسة موضوعات وحدة العلاقات والاقترانات فقط، وهذا قد يحد من تعميمها على بقية الصفوف التعليمية المختلفة أو على الموضوعات الرياضية الأخرى.

متغيرات الدراسة

تمثلت متغيرات الدراسة المستقلة في طريقة التدريس: وتتمثل في تدريس المجموعة التجريبية باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، مقابل استخدام الطريقة الاعتيادية في تدريس المجموعة الضابطة. أما بالنسبة للمتغيرات التابعة، فتمثلت في متغيرين أولهما اكتساب الطلبة للمفاهيم الرياضية، وثانيهما مقدرة الطلبة على حل المسائل اللفظية.

التعريفات الإجرائية

المفاهيم الرياضية: هي تلك المفاهيم الرياضية الواردة في وحدة العلاقات والاقترانات من كتاب الصف الثامن المقرر تدريسه في المدارس التابعة لوزارة التربية والتعليم في الأردن.

اكتساب المفاهيم الرياضية: هو الدرجة التي يحصل عليها الطالب في الاختبار المعد خصيصاً لأغراض قياس اكتساب المفاهيم الرياضية.

القدرة على حل المسائل اللفظية: هي الدرجة التي يحصل عليها الطالب في الاختبار المعد لقياس القدرة على حل المسائل اللفظية.

التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة: هي عملية تدريس قائمة على الربط بين مراحل تمثيلية مختلفة، وهذه المراحل هي: مرحلة الرموز واللغة، ومرحلة الصور والأشكال، ومرحلة الأوضاع الحقيقية، بحيث يمكن الانتقال من مرحلة إلى أخرى عبر نظام تمثيلي مترابط يتكون من العمل اليدوي واللغة الرياضية والرموز وأوضاع حقيقية من الحياة وصور وأشكال تمثيلية مختلفة.

الطريقة الاعتيادية: هي مجموعة الإجراءات والسلوكيات التدريسية المعتادة التي يقوم بها المعلمون في الغرفة الصفية والقائمة على استخدام كتاب الطالب المدرسي ودليل المعلم.

أفراد الدراسة

تم اختيار عينة قصدية من مدرسة الحمراء الثانوية للبنين وهي من المدارس التابعة لتربية البادية الشمالية الغربية بمحافظة المفرق وذلك لسهولة التنسيق مع إدارة المدرسة لتطبيق الدراسة تجريبياً على طلبة الصف الثامن وقرب المدرسة من مركز عمل الباحث. وقد بلغ عدد المشاركين في الدراسة (60) طالباً من طلبة الصف الثامن. وتم عشوائياً تعيين كل من مجموعتي الدراسة (التجريبية والضابطة) بعد التأكد من تكافؤ أفراد العينة. تم تدريس الشعبة الأولى (المجموعة التجريبية) وعددها 30 طالباً بطريقة التمثيلات الرياضية المتعددة، وتم تدريس الشعبة الثانية (المجموعة الضابطة) وعددها 30 طالبا باستخدام الطريقة الاعتيادية. استغرقت مدة الدراسة ثلاثة أسابيع بواقع 12 حصة صفية، واعتبر تصميم الدراسة شبه تجريبي.

أدوات الدراسة

لتحقيق أهداف الدراسة، قام الباحثان بإعداد أدوات الدراسة كما يلي:

أولاً: المادة التعليمية للمجموعة التجريبية

احتوت المادة التعليمية للمجموعة التجريبية على خطط تدريسية وأنشطة تعليمية متنوعة لدروس وحدة العلاقات والاقترانات من كتاب الصف الثامن (وزارة التربية والتعليم، 2002)، وقد تم إعداد هذه المادة التعليمية بما يتناسب مع التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، بالاستفادة من الأدب التربوي، وقد قام الباحث بتعديل نموذج ليش وبوست وبهر (Lesh, Post and Behr, 1987) واستخدامه لأغراض الدراسة، ويقوم النموذج المعدل على استخدام أربعة عناصر تمثيلية هي (الرموز الكتابية، واللغة المحكية، والأوضاع الحقيقية، والصور الأشكال الساكنة) وذلك لأن مواضيع وحدة البحث (العلاقات والاقترانات) للصف الثامن الأساسي من الوحدات الرمزية المجردة التي يصعب استخدام العنصر الخامس- وهو نماذج ومجسمات- فيها. وقد تضمنت المادة التعليمية الموضوعات الرياضية التالية: المستوى الديكارتي، والعلاقة، وتمثيل العلاقة، والاقتران، وتمثيل الاقتران، والاقتران الخطي، والتمثيل البياني للاقتران الخطي. وقد تم إعداد المادة التعليمية وفق الإجراءات التالية:

أ) التخطيط لإعداد المادة التعليمية، وقد تضمن ما يلي:

1. **المحتوى الرياضي:** حلل المحتوى المعرفي (الرياضي) للموضوعات الواردة في وحدة الدراسة إلى مفاهيم، وتعميمات، وخوارزميات ومهارات، وحل مسائل (تم التركيز على تحديد المفاهيم الرياضية الواردة في وحدة العلاقات والاقترانات لأغراض الدراسة).
2. **الأهداف التعليمية (التوقعات):** تمت صياغة الأهداف التعليمية الخاصة بكل درس من دروس الوحدة لقياس

مدى تحقق هذه الأهداف.

3. **الوسائل التعليمية والأساليب والأنشطة:** تم تحديد الوسائل التعليمية المرتبطة بكل درس من دروس الوحدة، وقد تمثلت هذه الوسائل باستخدام الرسومات البيانية، والسبورة، والكتاب المدرسي، وأدوات هندسية مناسبة.

أما بشأن الأساليب والأنشطة فقد تم استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في كل نشاط بحيث يمثل كل مفهوم رياضي بتمثيلات رياضية متعددة. تم إعداد هذه الأنشطة بعد مراجعة الأدب السابق وبناء استراتيجية تدريسية قائمة على استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة وعلى الربط بين المراحل التمثيلية المختلفة، وهذه المراحل هي: مرحلة الرموز واللغة، ومرحلة الصور والأشكال، ومرحلة الأوضاع الحقيقية، بحيث يمكن الانتقال من مرحلة إلى أخرى عبر نظام تمثيلي مترابط يتكون من العمل اليدوي واللغة الرياضية والرموز وأوضاع حقيقية من الحياة وصور وأشكال تمثيلية مختلفة.

4. **التقويم:** اشتملت عملية التقويم على مراحل التقويم المختلفة (تقويم قبلي ومرحلي وختامي).

ب) **تصميم المادة التعليمية:** تم استخدام 7 مذكرات تدرس في 12 حصة صفية بمعدل 50 دقيقة للحصة الواحدة. وقد تم تصميم المادة التعليمية بما يتناسب مع التدريس باستخدام تمثيلات رياضية متعددة. وقد تم حضور بعض الحصص الصفية في المجموعة الضابطة، ولوحظ عدم استخدام المعلم في المجموعة الضابطة للتمثيلات الرياضية المتعددة في أثناء التدريس.

ج) **تحكيم المادة التعليمية:** بعد الانتهاء من إعداد خطط المادة التعليمية بصورتها الأولية، تم عرضها على لجنة من المحكمين الأكاديميين والتربويين للتأكد من صدقها، وذلك لإبداء آرائهم وملاحظاتهم العلمية والتربوية حول إعداد المادة التعليمية وبنائها، ومدى صلتها بمضامين التمثيلات الرياضية المتعددة، وإمكانية تنفيذها على طلبة العينة ومناسبتها لهم. وفي ضوء ملاحظاتهم وآرائهم تم إجراء التعديلات اللازمة للخروج بالمادة التعليمية للمجموعة التجريبية في صورتها النهائية. وقد قام أحد الباحثين بتدريس المجموعة التجريبية باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، بينما قام المعلم الأصلي في مدرسة الحمراء الثانوية للبنين بتدريس المجموعة الضابطة بالطريقة الاعتيادية. وقد استغرقت مدة الدراسة ثلاثة أسابيع بواقع 12 حصة صفية.

ثانيا: اختبارا الدراسة

أ) **اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية:** تم بناء الاختبار حسب الإجراءات التالية:

1. تحليل محتوى الرياضيات في وحدة العلاقات والاقترانات وتقسيمها إلى: مفاهيم، وتعميمات، ومهارات، وخوارزميات، ومسائل.
2. صياغة الأهداف التعليمية المرتبطة بدروس وحدة العلاقات والاقترانات لكل درس على حدة.
3. إعداد جدول المواصفات الذي يبين توزيع فقرات المحتوى ومستويات السلوك في الجانب المعرفي: معرفة، واستيعاب، وتطبيق وعمليات عقلية عليا (تحليل، تركيب، تقويم).
4. كتابة فقرات الاختبار بصورتها الأولية وفقا لجدول المواصفات وتوزيع الدرجات عليها. وقد قام الباحثان باعتماد نموذج ديفس لاكتساب المفاهيم الرياضية في بحثه لغايات الدراسة (أبو زينة، 1994)، وإعداد الاختبار الخاص باكتساب المفاهيم الرياضية.
5. إعداد نموذج الإجابة الصحيحة وتوزيع الإجابات الصحيحة على بدائل الفقرات بطريقة عشوائية.
6. التحقق من صدق الاختبار وثباته.
7. إعداد الاختبار بصورته النهائية.

ب) اختبار حل المسألة اللفظية: بعد القيام بتحليل محتوى وحدة العلاقات والاقترانات، قام الباحثان بالاطلاع على بعض المراجع الأجنبية مثل (NCTM, 2001) بهدف تطوير اختبار لقياس القدرة على حل المسائل اللفظية، فقاما بتعديل بعض الأنشطة التعليمية لتتناسب مع البيئة التعليمية الأردنية، وكذلك تعديل بعض الفقرات الواردة في الدراسة الدولية الثالثة (المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية، 2003) وكتاب الرياضيات المدرسي للصف الثامن (وزارة التربية والتعليم، 2002). تضمن الاختبار 4 فقرات على مفاهيم وحدة العلاقات والاقترانات، وقد صيغت الفقرات بحيث كانت ممثلة لجميع صور التمثيلات الرياضية المتعددة (لفظية، صورية، رمزية، مواقف حياتية).

صدق الاختبارين

تم التحقق من الصدق المنطقي لمحتوى الاختبارين في هذه الدراسة بعرض الاختبارين على مجموعة من المحكمين التربويين والأكاديميين طلب منهم تحكيم كل اختبار من حيث مدى ملاءمة تمثيل كل فقرة من فقراته للموضوعات المطروحة في لائحة المواصفات، ومطابقتها لمستويات

الأهداف، وملاءمة الصياغة اللغوية للعبارات والفقرات ووضوحها، ومدى ملاءمة البدائل لكل فقرة، وتحكيمه من حيث الدقة الرياضية لإبداء آرائهم واقتراح أية تعديلات مناسبة. وتم إجراء التعديلات المطلوبة ومن ثم إعادة صياغة اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية في صورته النهائية الذي تكون من (22) فقرة. أما اختبار حل المسألة اللفظية فقد بات في صورته النهائية التي تتكون من أربعة أسئلة رئيسية. تكون السؤال الأول من ثلاث فقرات فرعية، والسؤال الثاني من فقرة واحدة، والسؤال الثالث من فقرتين، والسؤال الرابع من فقرة واحدة.

ثبات الاختبارين

لغايات التحقق من ثبات اختبار اكتساب المفاهيم، تم إجراء تطبيق تجريبي للاختبار بتطبيقه على عينة استطلاعية في مدرسة الحمراء من الطلبة خارج عينة الدراسة (20 طالباً). حسبت معاملات الصعوبة والتمييز لكل فقرة من فقرات الاختبار، وتراوحت قيم معاملات التمييز بين (0.31-0.65)، في حين تراوحت معاملات الصعوبة بين (0.3-0.7)، بعد أن تم حذف الفقرات ذات معاملات التمييز والصعوبة المنخفضة. قام الباحث بحساب معامل ارتباط بيرسون بين علامات الطلبة على الاختبارين القبلي والبعدي للمجموعة الاستطلاعية. بلغت قيمة معامل الثبات للاختبار (0.83)، وقد اعتبرت هذه القيمة مؤشراً جيداً على ثبات الاختبار (عودة وملكاوي، 1987). وبذلك تكون الاختبار بصورته النهائية من 19 فقرة. كما تم إجراء تطبيق تجريبي على اختبار المسألة اللفظية على عينة استطلاعية من الطلبة وتم حساب معامل ثبات الاتساق الداخلي بمعادلة كرونباخ (α) حيث بلغت قيمة معامل الثبات 0.81.

المعالجات الإحصائية

تم تحليل البيانات إحصائياً باستخدام الحزمة الإحصائية للدراسات الاجتماعية (Statistical Packages for Social Sciences) وذلك للإجابة عن أسئلة الدراسة، واختبار فرضياتها من خلال حساب المتوسطات الحسابية المعدلة والانحرافات المعيارية لعلامات الطلاب في الاختبارين المعدين للمجموعتين الضابطة والتجريبية. كما تم استخدام اختبار تحليل التباين المصاحب المتعدد (MANCOVA) واختبار تحليل التباين المصاحب (ANCOVA) لفحص ما إذا كانت هناك فروق ذات دلالة إحصائية بين أداء أفراد المجموعتين الضابطة والتجريبية في مدى اكتسابهم للمفاهيم الرياضية، وقدرتهم على حل المسائل الرياضية اللفظية (كمتغيرين تابعين) تعزى لطريقة التدريس (كمتغير مستقل) وبناء على الاختبار القبلي (كمتغير مصاحب).

نتائج الدراسة

بعد إنهاء التجربة وتطبيق الاختبارين البعديين قام الباحثان بحساب المتوسطات الحسابية المعدلة والانحرافات المعيارية البعدية، لأداء الطلبة على الاختبارين كليهما وذلك للتعرف على أثر طريقة التدريس في اكتساب الطلبة للمفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل اللفظية. وفيما يلي المتوسطات الحسابية المعدلة، والانحرافات المعيارية، لعلامات الطلاب في المجموعتين الضابطة والتجريبية في الاختبارين البعديين المعدّين لقياس مدى اكتساب الطلبة للمفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل اللفظية.

الجـدول (1)

المتوسطات الحسابية المعدلة والانحرافات المعيارية لأداء الطلبة على الاختبارين البعديين لاكتساب المفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل اللفظية

القيم الإحصائية / المتغير	المجموعة	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي المعدل	عدد الطـلاب
اكتساب المفاهيم الرياضية (بعدي)	تجريبية	10.93	3.352	10.852	30
	ضابطة	7.97	2.810	8.048	30
حل المسألة اللفظية (بعدي)	تجريبية	12.00	4.488	11.930	30
	ضابطة	9.27	5.330	9.336	30

الجـدول (2)

نتائج تحليل التباين المتعدد المصاحب أحادي الاتجاه لأثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة على اكتساب المفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل اللفظية

مصدر التباين	قيمة ولكس لامبدا (λ)	قيمة ف المقابلة	درجات الحرية الافتراضية		مستوى الدلالة الفعلي
الطريقة	0.823	5.929	2	55	0.005

الجـدول (3)

نتائج تحليل التباين المصاحب أحادي الاتجاه (ANCOVA) لفحص الفروق بين أداء مجموعتي الدراسة على اختبار اكتساب المفاهيم باختلاف الطريقة على الاختبار البعدي

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة (ف)	الدلالة
القبلي (المصاحب)	9.827	1	9.827	1.028	0.315
الطريقة	113.329	1	113.329	11.0853	*0.001
الخطأ	545.006	57	9.562		
المجموع	686.850	59			

يظهر من الجدول (1) أن المتوسط الحسابي المعدل للمجموعة التجريبية على اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية كان أعلى من المتوسط الحسابي المعدل للمجموعة الضابطة حيث بلغ الفارق بين متوسطي المجموعة التجريبية والضابطة (2.804). كما يظهر من الجدول السابق أن المتوسط الحسابي المعدل للمجموعة التجريبية على اختبار القدرة على حل المسألة اللفظية كان أعلى من المتوسط الحسابي المعدل للمجموعة الضابطة؛ فقد بلغ الفارق بين متوسطي المجموعة التجريبية والضابطة (2.594).

وللإجابة عن سؤالي الدراسة، استخدم اختبار تحليل التباين المتعدد المصاحب أحادي الاتجاه لبيان ما إذا كان هناك أثر لطريقة التدريس المتمثلة في استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في اكتساب المفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل اللفظية، كما يظهر في الجدول (2).

يظهر من الجدول (2) وجود أثر دال إحصائيا، عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$)، لاستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في اكتساب المفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل اللفظية. ولتحديد مصدر التباين في اكتساب المفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل اللفظية، تم اجراء تحليل التباين المصاحب الأحادي، لعزل تأثير الخبرة السابقة (الاختبار القبلي)، ويظهر الجدول (3) خلاصة نتائج تحليل التباين المصاحب.

النتائج المتعلقة بالسؤال الأول للدراسة: ما أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في اكتساب طلبة الصف الثامن للمفاهيم الرياضية؟

استخدم الباحثان اختبار تحليل التباين المصاحب أحادي الاتجاه لفحص الفروق بين أداء مجموعتي الدراسة على اختبار اكتساب المفاهيم باختلاف الطريقة في الاختبار البعدي. والجدول (3) يبين نتائج التحليل.

يتضح من الجدول (3) وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (α =0.05) على اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية البعدي بين المجموعتين التجريبية والضابطة يعزى إلى متغير طريقة التدريس ولصالح المجموعة التجريبية. فبينما بينت نتائج الجدول (1) أن المتوسط المعدل لأداء المجموعة التجريبية (10.852) وبانحراف معياري 3.352، والمتوسط المعدل لأداء المجموعة الضابطة (8.048) في الاختبار البعدي، وبانحراف معياري 2.81، فقد أشارت النتائج في الجدول (3) إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية تعزى لطريقة التدريس، وهذا يعني تفوق المجموعة التجريبية التي درست باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة على المجموعة الضابطة التي درست بالطريقة الاعتيادية.

ثانياً: النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني: ما أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في قدرة طلبة الصف الثامن على حل المسائل الرياضية اللفظية؟

الجـدول (4)

نتائج تحليل التباين المصاحب أحادي الاتجاه (ANCOVA) لفحص الفروق بين أداء مجموعتي الدراسة على اختبار القدرة على حل المسألة اللفظية باختلاف الطريقة في الاختبار البعدي

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة (ف)	الدلالة
القبلي (المصاحب)	68.671	1	68.671	2.923	0.093
الطريقة	100.486	1	100.486	4.277	*0.043
الخطأ	1339.196	57	23.495		
المجموع	1519.933	59			

لاختبار الفرضية الثانية المرتبطة بالسؤال الثاني للدراسة، تم استخدام تحليل التباين المصاحب الأحادي (ANCOVA) لمتوسط علامات الطلبة في اختبار القدرة على حل المسائل اللفظية باختلاف الطريقة في الاختبار البعدي. وكانت النتائج كما في الجدول (4).

يلاحظ من الجدول (4) وجود فروق ذات دلالة إحصائية (عند مستوى الدلالة α=0.05) على اختبار القدرة على حل المسألة اللفظية بين المجموعتين التجريبية والضابطة تعزى لصالح المجموعة التجريبية. فبينما بينت نتائج الجدول (1) أن المتوسط المعدل لأداء الطلبة في المجموعة التجريبية (11.930) وبانحراف معياري (4.488)، والمتوسط المعدل لأداء الطلبة في المجموعة الضابطة (9.336) وبانحراف معياري (5.33) وبفارق (2.594)، فقد دلت النتائج في الجدول (4) على وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (α = 0.05) تعزى لطريقة التدريس، وهذا يعني تفوق أداء الطلبة في المجموعة التجريبية التي درست باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة على أداء الطلبة في المجموعة الضابطة التي درست بالطريقة الاعتيادية.

المناقشة والتوصيات

أولاً: مناقشة نتائج أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في اكتساب الطلبة للمفاهيم الرياضية

أظهرت نتائج تحليل التباين المصاحب أحادي الاتجاه (ANCOVA) لفحص الفروق بين أداء مجموعتي الدراسة في اختبار اكتساب المفاهيم باختلاف الطريقة في الاختبار البعدي وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (α=0.05) بين المتوسطات الحسابية المعدلة لنتائج الطلبة في الاختبار البعدي (اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية) بين المجموعتين الضابطة والتجريبية ولصالح المجموعة التجريبية التي استخدمت طريقة التمثيلات الرياضية المتعددة، مما يدل على أن نتائج الطلبة الذين درسوا باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة كانت أفضل من نتائج الطلبة الذين درسوا بالطريقة الاعتيادية. وهذا يشير إلى أن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة أفضل من استخدام الطريقة الاعتيادية في القدرة على زيادة اكتساب الطلبة للمفاهيم الرياضية. وتتفق هذه النتيجة مع نتائج دراسات كل من (Kwako, 2004; Hail, 2000)، وقد يعزى هذا الأثر إلى طبيعة الإجراءات المتبعة في هذه الطريقة التي تتناول المفهوم الرياضي وتعرضه بصور مختلفة، مما يزيد من مرونة الطالب في التعامل مع الصور المختلفة لذلك المفهوم. بالإضافة إلى ذلك فإنها تسمح للطلبة بتنمية قدراتهم المعرفية وزيادة فهمهم، وقد يعزى السبب في أن التمثيلات الرياضية المتعددة تزيد من اكتساب الطلاب للمفاهيم الرياضية إلى أن هذه الطريقة تحوي الصورة الحسية وشبه الحسية والمجردة للأفكار والمفاهيم الرياضية مما يسهل فهمها والانخراط في أنشطتها، بالإضافة إلى أن ميزة الانتقال من تمثيل إلى آخر تنمي قدرات الطلاب على التعامل مع المفاهيم الرياضية بأي شكل (تمثيل) عرضت به، واستخلاص الفكرة الرياضية والتعامل معها بسهولة، وهذا بالطبع يراعي الفروق الفردية بين الطلاب بسبب التعامل مع أكثر من تمثيل للمفهوم الواحد مما يعزز الفهم للطلاب باختلاف مستوياتهم. وقد يعزى السبب في هذه النتيجة أيضاً إلى أن هذه الطريقة أثارت فضول الطلاب، وزادت من دافعيتهم للتعلم مما ساهم في مشاركة جميع الطلاب في الأنشطة التعليمية بشكل فعال. وعليه، فإن هذه الطريقة تناسب جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم. أضف إلى ذلك أن استخدام المعالجة اليدوية للمفاهيم الرياضية تمكن الطلبة من استيعاب المفاهيم الرياضية، من خلال عملية ربط المفهوم الرياضي المجرد بحياتهم اليومية، مما يعمق استيعابهم للمفهوم الرياضي.

ثانياً: مناقشة نتائج أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في قدرة الطلبة على حل المسائل اللفظية

أظهرت نتائج تحليل التباين المصاحب أحادي الاتجاه (ANCOVA) لفحص الفروق بين أداء مجموعتي الدراسة على اختبار القدرة على حل المسألة اللفظية باختلاف الطريقة في الاختبار البعدي وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$) بين المتوسطات الحسابية المعدلة لنتائج الطلبة في الاختبار البعدي (اختبار القدرة على حل المسألة اللفظية) بين المجموعتين الضابطة والتجريبية ولصالح المجموعة التجريبية التي استخدمت طريقة التمثيلات الرياضية المتعددة، مما يدل على أن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة كان أفضل من استخدام الطريقة الاعتيادية في زيادة قدرة الطلبة على حل المسائل اللفظية. وقد اتفقت هذه النتيجة مع نتائج دراسات (Kwako, 2004; Waters, 2003). وقد يعود تفوق المجموعة التجريبية التي استخدمت التمثيلات الرياضية المتعددة في حل المسائل الرياضية اللفظية في وحدة العلاقات والاقترانات للصف الثامن الأساسي إلى طبيعة إجراءات تلك الطريقة، التي أحد عناصرها استخدام المواقف الحياتية كتمثيل رياضي. ومن الطبيعي أن التعامل مع المواقف الحياتية للمفاهيم والأفكار الرياضية يعزز قدرة الطلاب على انتقال أثر تعلمهم إلى مواقف جديدة مشابهة، أو استخدام المفهوم نفسه في مواقف جديدة. وقد يسهل التعامل مع أكثر من تمثيل عمليات الفهم والاستدلال، بالإضافة إلى عمليات الربط بين التمثيلات المتعددة التي قد تسهل عمليات الاستدلال من خلال أي تمثيل. فالطلاب القادرون على تمثيل الأفكار والمفاهيم الرياضية التي أعطيت لهم بأي تمثيل وتحويلها من تمثيل إلى آخر فإنهم قبل ذلك لا بد من أن يكونوا قادرين على فهم تلك الأفكار والمفاهيم، وكذلك قادرين على عمليات التفسير. وقد اتفقت هذه النتيجة مع ما توصلت إليه دراسة (Hail, 2000) الذي أشار إلى أن الطلاب الذين درسوا باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، استخدموا هذه التمثيلات لتوضيح الإجراءات الرمزية والأخطاء، وأن الصور ساعدت الطلاب في رؤيتهم للمتغيرات على أنها أكثر من أشكال مختصرة وعلى أنها تمثيل لمدى واسع من المتغيرات، أضف إلى ذلك أن الطلاب يفضلون العمل باستخدام الصور. وكذلك اتفقت نتائج هذه الدراسة مع دراسة (Waters, 2003) التي أشارت إلى أن اختيار الطلاب تمثيلاً معيناً يرتبط بالفروق الفردية بينهم؛ فالطلاب يستخدمون التمثيلات الرياضية في أثناء حل المسائل، ويبرهنون الحلول، ويكتشفون الارتباطات بين التمثيلات، ويحولون من تمثيل لآخر في أثناء حل المسائل، ويقومون بعمل ارتباطات بين التمثيلات المختلفة للمفهوم الواحد. واتفقت أيضاً هذه النتيجة مع ما توصل إليه (Kwako, 2004) من أن استخدام التمثيلات المتعددة في أثناء التدريس يحقق للطلاب فهماً أعمق للعلاقات الرياضية وأداء أعلى خلال حل المسائل الرياضية. وقد يكون من أسباب تفوق أفراد المجموعة التجريبية على أفراد المجموعة الضابطة في قدرتهم على حل المسائل اللفظية أن التمثيلات الرياضية المتعددة تحوي في ثناياها استراتيجيات حل المسألة من خلال تمثيل المفهوم أو الفكرة الرياضية بأكثر من تمثيل. إن مثل هذه الإجراءات يتطلب كتابة التعابير الرمزية التي تعبر عن الأفكار الرياضية أو المفاهيم الرياضية، وهو ما يقابله في استراتيجية حل المسألة كتابة صيغة رياضية تمثل الفكرة أو العلاقة الرياضية. كما يتطلب استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة تمثيل الأفكار الرياضية بصور مختلفة (جداول، رسم بياني،...) وهي من استراتيجيات حل المسألة. علاوة على ذلك، فان تمثيل المفهوم الرياضي أو الفكرة الرياضية بموقف حياتي يمثل إحدى استراتيجيات حل المسألة وهي استراتيجية استدعاء مسألة مشابهة. وقد يعزى السبب إلى أن استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة أدى إلى زيادة اكتساب الطلبة للمفاهيم الرياضية وأصبح لديهم معرفة وفهم أعمق، وهذا بدوره أسهم في رفع مقدرتهم على حل المسائل اللفظية؛ إذ إن هناك علاقة ارتباطية بين اكتساب المفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل. وهذا يتفق مع ما جاء به ادجيزل واكبينر (Adiguzel and Akpinar, 2003)؛ فقد أوضح الباحثان أن الأبحاث تشير إلى أن معظم الصعوبات التي يواجها الطلاب في عمليات حل المسائل يتمثل في تحويل الكلمات إلى عمليات رياضية، وعملية استخراج المعلومات الرياضية الضرورية للحل من خلال سياق المسألة. أضف إلى ذلك أن من الصعوبات التي تواجه الطلبة عدم النجاح في انتقال أثر التعلم لمسائل لاحقة، بالإضافة إلى عدم القدرة على استخدام المعلومات المعطاة، وأشارا إلى استخدام مجموعة من الإجراءات للتغلب على حل تلك المسائل، ومنها: كتابة المسألة بصورة أولية مع رسم صورة دقيقة وملائمة، وتحويل العبارات الأولية إلى لغة بسيطة، وترجمة المسائل اللفظية إلى عبارات رياضية مجردة، والرسم واستخدام الجداول والرسوم البيانية وتمثيلات رياضية أخرى مشابهة.

التوصيـات

في ضوء نتائج الدراسة فإن الباحثين يوصيان بما يلي:

1. عقد دورات تدريبية لمعلمي ومعلمات الرياضيات حول استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، وتشجيع المعلمين والمعلمات على استخدامها في التدريس.
2. إجراء دراسات مشابهة تهدف إلى معرفة أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة باستخدام تقنية الحاسوب على صفوف أخرى مشابهة أو إجراء دراسات مشابهة على صفوف أخرى غير الصف الثامن.

المراجع

إبراهيم، محمد خضر، 2001، مقدرة طلبة الصفين السابع والثامن الأساسي على التمثيل الجبري والهندسي للمسألة الرياضية اللفظية، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، اربد، الأردن.

أبو زينة، فريد، 1994، مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها، مكتبة الفلاح، الكويت.

أبو زينة، فريد وعبدالله عبابنة، 2007، مناهج تدريس الرياضيات للصفوف الأولى، دار المسيرة، عمان.

بدوي، رمضان، 2003، استراتيجيات في تعليم وتقويم تعلم الرياضيات، دار الفكر للطباعة والنشر، عمان.

جرادات، زياد، 2002، أثر استراتيجيات إتقان التعلم، جيكسو، والتقليدية في قدرة طلبة الصف العاشر على حل المسألة الرياضية في محافظة اربد، رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الهاشمية، الزرقاء، الأردن.

خصاونة، أمل، 1997، أثر البنية اللغوية للمسائل اللفظية الحسابية في مقدرة تلامذة الصفين الخامس والسادس على التمثيل الرمزي لهذه المسائل، مجلة أبحاث اليرموك، سلسلة العلوم الإنسانية والاجتماعية، 7، ص99 - 115.

خصاونة، أمل، ومفيد أبو موسى، 1999، تحليل كتب الرياضيات المطورة للصفوف من الخامس إلى الثامن الأساسي في الأردن في ضوء معياري حل المسألة والاتصال الرياضي، مجلة كلية التربية، جامعة أسيوط، 1، ص121- 156.

عبد الهادي، نبيل، ونايف سليمان، وعزام صبري، ويوسف أبو الرب، وعبد السلام حمادة، 2002، أساسيات العلوم والرياضيات وأساليب تدريسها، دار الصفاء، عمان.

عودة، أحمد وملكاوي فتحي، 1987، أساسيات البحث العلمي في التربية وعلم النفس: عناصره ومناهجه والتحليل الإحصائي لبيانه، مكتبة المنار، الزرقاء.

المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية، 1997، أثر التطوير التربوي على التحصيل في الرياضيات في المدارس الأساسية في الأردن،(49)، عمان، الأردن.

المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية، 2003 أ، مستويات أداء طلبة الأردن في الدراسة الدولية الثالثة: إعادة للرياضيات والعلوم في ضوء الموارد التعليمية والمدرسية "TIMSS-R"، (107)، عمان، الأردن.

المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية، 2003 ب، أدلة إرشادية لمعلمي الرياضيات لمعالجة أخطاء التعلم عند الطلبة في ضوء نتائجهم على أسئلة الدراسة الدولية للرياضيات والعلوم لعام 2003 (TIMSS 2003)، (117)، عمان، الأردن.

وزارة التربية والتعليم، 2002، الرياضيات للصف الثامن الأساسي، عمان، الأردن.

Abouchedid, K. and Nasser, R. 2000. The role of presentation and response format in understanding alternative concepts in algebra problems. ERIC Document Reproduction Service NO, ED 438174.

Adiguzel, T. and Akpinar, Y. 2003. Improving school children's mathematical word problem solving skills through computer-based multiple representations**.** Washington, *Association for Educational Communications and Technology*, Chicago IL, October, 19-30.

Andrew, C. and Catherine, R. 1996. Pictures, tables, graphs and questions: statistical processes, *Teaching Children Mathematics*, 2, 340-346.

Asli, O. 2001. The effect of multiple representations on students learning in mathematics. In: *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education***,** (23rd, Snowbird, Utah, October 18-21)**.**

Coulombe, W. and Berenson, S. 2001. Representations of patterns and functions: tools for learning. In: *The roles of representations in school mathematics*. NCTM, Yearbook, 166-173.

Friedlander, A. and Tabach, M. 2001. Promoting multiple representations in algebra. In: *The roles of representations in school mathematics*, Reston, VA. NCTM, Yearbook, 173-186.

Gloeckner, G., Cathleen, L. and Dawn, M. 1995. Alternative teaching strategies for the 1990s,American Vocational Association, Denever, Colorado, *Teaching and Teacher Education*, ED 393822.

Golden, G. and Shteingold, N. 2001. System of representations and the development of mathematical concepts, In: *The roles of representations in school*

Teachers of Mathematics, 286-324.

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). 2000. Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). 2001. The roles of representations in school mathematics, Reston, Yearbook.

Sowder, L. 1980. Concept and principle learning . *Journal for Research in Mathematics Education*, National Council of Teachers of Mathematics, 244-286.

Waters, M. 2003. How and why students select, apply and translate among mathematical representations in problem solving while learning algebra in a computer algebra system learning environment. *DAI*, Document Reproduction Service - A 65/04, 1292.

mathematics, Reston VA, NCTM, Yearbook, 1-24.

Hail, C. 2000. The effects of using multiple representations on students knowledge and perspectives of basic algebraic concepts, University of Kentucky, Unpublished Dissertation, *DAI- A* 61/07, 2636.

Kwaku, A. 2004. External multiple representations in mathematics teaching**.** *MAI* 42/04, 1110**.**

Lesh, R., Post, T. and Beher, M. 1987. Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In: C. Janvier, (Ed.), *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics* (33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lester, F. 1980. Research on mathematical problem solving*. Journal for Research in Mathematics Education,* Richard, J.Shumway, National Council of

The Effect of Using Multiple Mathematical Representations on the Attainment of Mathematical Concepts Among Basic Eighth Grade Students and their Ability to Solve Verbal Problems

Riyad Ibrahim Al-Balasi and Areej Isam Barham*

ABSTRACT

This study aims at investigating the effect of using multiple mathematical representations on the attainment of mathematical concepts and the ability to solve verbal problems by the eighth grade students in the Functions and Relations unit. The study sample consisted of 60 students from Al-Hamra Secondary School for boys in the education district of Northern Badia at the Governorate of Al- Mafraq. The participators were randomly divided into two groups: the experimental group was taught by using the multiple mathematical representations method and the control group was taught by the traditional method. To achieve the goals of the study, two tests were built. The first was to measure the acquisition extent of mathematical concepts by students. It consisted of (19) "multiple choice" items. The second test was to measure students' ability in solving verbal problems. The test consisted of (4) "essay" items. The validity of the tests was established by a group of specialized judges in mathematics, measurement and evaluation. The two tests were performed on an exploratory sample outside the study sample to achieve reliability and analysis of the two tests. Acquisition of concepts was established using Pearson correlation method. Results revealed that there were statistically significant difference ($\alpha = 0.05$) between study sample subjects on the attainment of mathematical concepts and the ability to solve verbal problems, attributed to the method of instruction, in favor of the experimental group.

Keywords: Multiple Mathematical Representations, Mathematical Concepts, Solving Verbal Problems.

* Ministry of Education; and Faculty of Education, The Hashemite University, Jordan. Received on 20/2/2008 and Accepted for Publication on 31/7/2008.